

Compito di MD

A.A. 2012/13 – 4 giugno 2013

Cognome e nome:

Numero di matricola: Corso e Aula:

IMPORTANTE: Non si possono consultare libri e appunti. Non si possono usare calcolatrici, computer o altri dispositivi elettronici. Non si può scrivere con il lapis. Motivare in modo chiaro le risposte.

Esercizio 1.

- Quante sono le matrici $n \times n$ a coefficienti in $\{0, 1\}$ con esattamente n zeri?
- Quante sono le matrici $n \times n$ a coefficienti in $\{0, 1\}$ con esattamente uno zero per ogni riga e per ogni colonna?
- Quante sono le matrici $n \times n$ a coefficienti in $\{0, 1\}$ con esattamente $n - 1$ zeri e in cui ogni riga e ogni colonna ha al massimo uno zero?

Esercizio 2. Trovare tutte le soluzioni del sistema di congruenze

$$\begin{cases} 3x \equiv 4 \pmod{7} \\ 8x \equiv 4 \pmod{30} \end{cases}$$

Quante soluzioni vi sono nell'intervallo $[0, 1000]$?

Esercizio 3. Sia $T_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ un endomorfismo che, rispetto alla base standard, è rappresentato dalla matrice

$$[T_a] = \begin{pmatrix} 0 & -3a & 0 \\ 1 & 2a & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Dire per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ l'endomorfismo F_a è diagonalizzabile.

Esercizio 4. Sia K un campo e sia $V = K[x]_{\leq 3}$. Consideriamo il sottospazio $W := \{p(x) \in V \mid p(1) = 0\}$.

- Calcolare la dimensione di W giustificando la risposta.
- Calcolare la cardinalità di W per $K = \mathbb{Z}/13\mathbb{Z}$.